Geometrie und Mathematik

Rotationskörper + Volumsberechnung

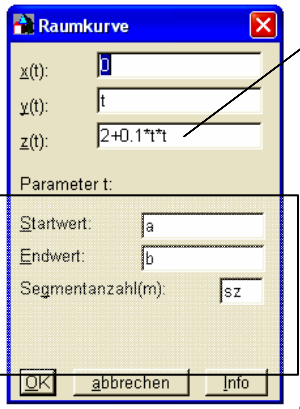
Konstruktion von Drehkörpern mittels GAM:

Benötigt wird eine Kurve (Meridian):

Raumkurven:

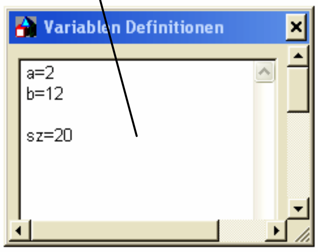
t Parameter (mathematische Erzeugung der Kurve); unbedingt t verwenden!!
a Startwert (Anfang des Parameters)
b Endwert

sz Segmentzahl = Kurvengenauigkeit



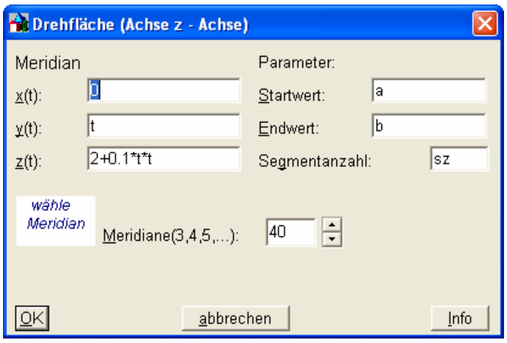
„Kurvengleichung“

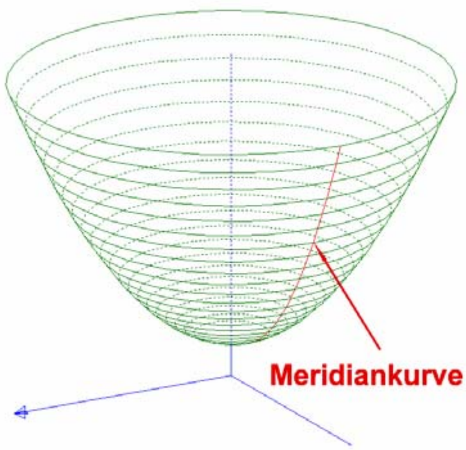
$z = 2 + 0.1{*}t^2$



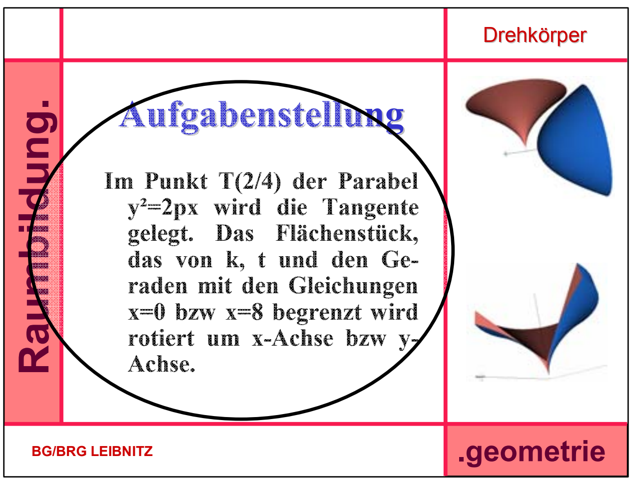
Drehflächen:

In GAM ist die Erzeugung eines Drehkörpers nur um die z-Achse möglich!!
Es wird ein Volumskörper erzeugt, bei dem sämtliche Modelliermöglichkeit offen stehen.

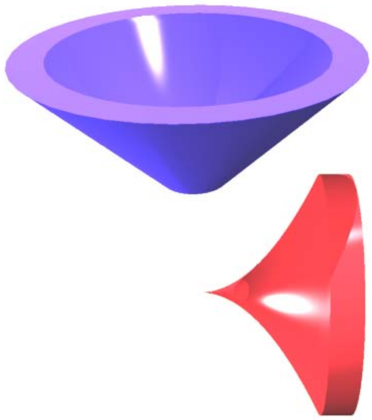


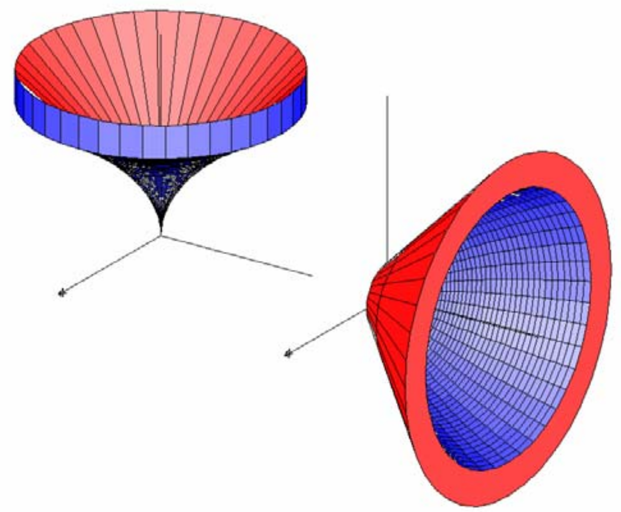


Die folgende Aufgabenstellung ist dem Lehrbuch Mathematik 8, Reichel, Müller, Hanisch (Aufgabe 305, Seite 85) entnommen.



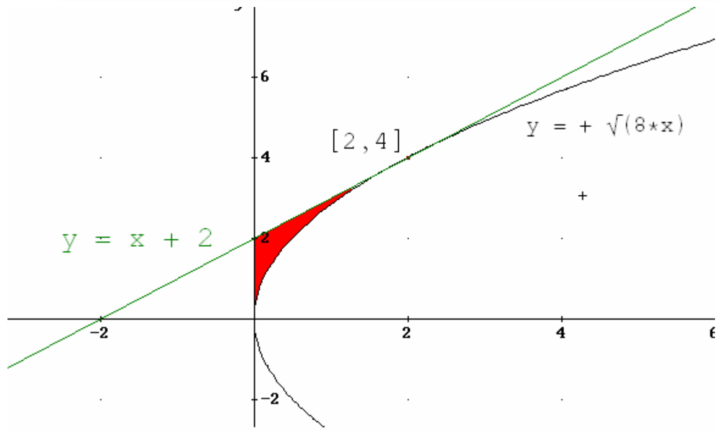
Ziel ist ein Verständnis für die durch Rotation einer Kurve entstehenden Körper zu gewinnen, insbesondere auf die **durch Wahl der Rotationsachsen stark divergierenden Ergebnisse** aufmerksam zu machen.





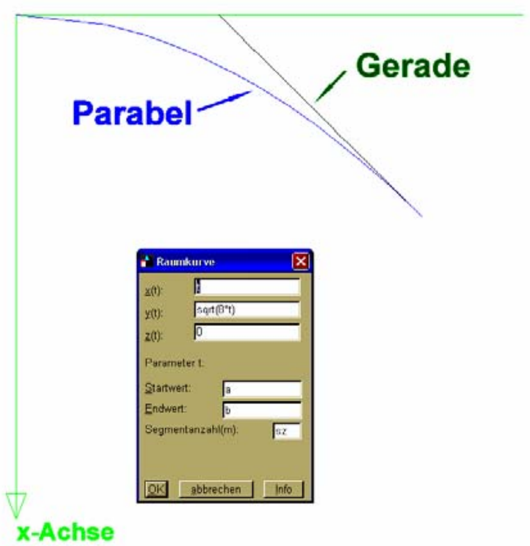
Anfertigung der 2D-Zeichnung

Die Aufgabenstellung aus dem Lehrbuch ist auf das kartesische Koordinatensystem bezogen und verlangt die Rotation um die x- bzw. y-Achse.



Rotation um die x-Achse:

(kegelförmige SCHALE mit parabolischem Hohlraum)



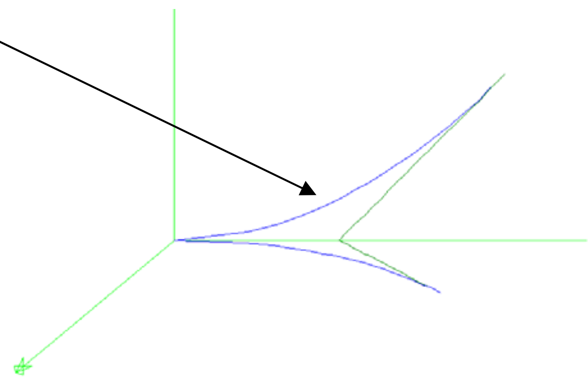
Um den verschiedenen Positionierungen von x- und y-Achse in der „normalen“ kartesischen 2D-Ebene (x-Achse = waag-rechte Achse, y-Achse = senkrechte Achse am Zeichenblatt) und im 3D-Raum (x-Achse = Tiefe, y-Achse = Breite, z-Achse = Senkrechte) und dem daraus resultierenden Unterschied im Grundriss Rechnung zu tragen, wählen wir zunächst folgende Vorgangsweise: ´

1. **Zeichnung in der xy-Ebene:**

Wir konstruieren die Parabel samt Tangente in der [xy]-Ebene unter Verwendung des Intervalls [0,2].

2. **Drehen (y-Achse: -90°)**

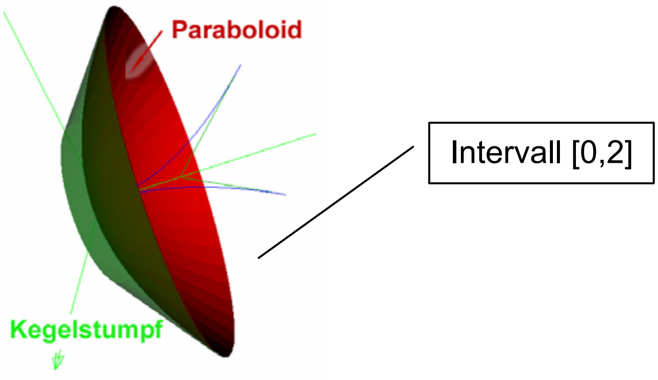
Damit wird die x-Achse zur z-Achse, den Meridian bekommen wir in die yz-Ebene, und die Rotation um die geforderte Achse.

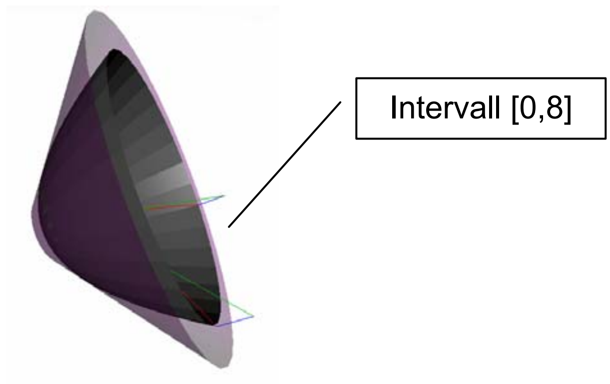


3. **Hohlraum durch Differenz**

4. **Entfernen der Deckflächen**

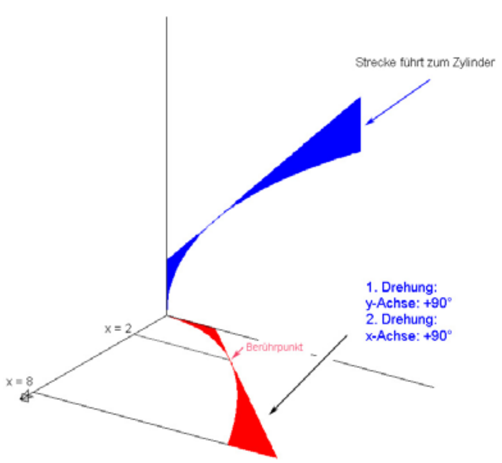
(Modellieren, Flächen entfernen, 3 Punkte zeigen)
Bei allen Rotationsaufgaben ist die Position der Rotationsachse zu beachten.

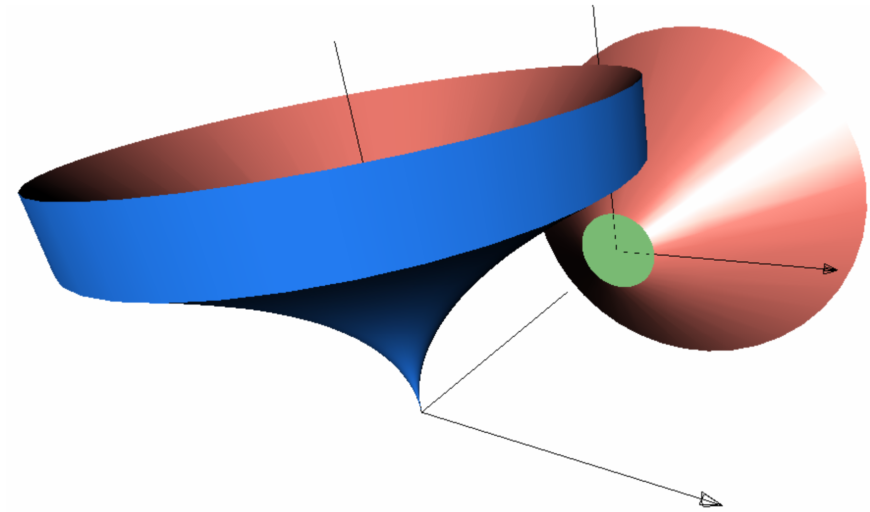




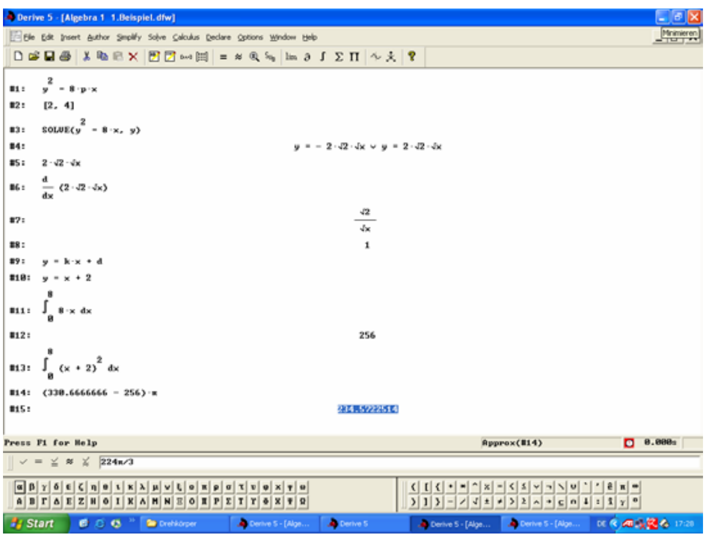
Rotation um die 2. Achse (2D: y-Achse):

„spitze“ Spindel mit „kegelförmigem“ Hohlraum + aufgesetztem Zylinder





Mathematischer Teile:



Da die gegebenen Funktionen (Parabel und Gerade) von einfachster Natur sind, ist die Lösung der Frage nach den beiden Volumina sehr einfach. Einzig die Ableitung der Wurzelfunktion ist kompexerer Natur.
Nachdem viele Aspekte beinahe Kopfrechnungen sind, ermöglicht die Aufgabe, einen Einstieg in die Arbeit mit einem Mathematikprogramm (zB.: DERIVE).
Beim Neueinstieg mit Programmen sollten sich mathematische Probleme nicht mit den Schwierigkeiten des Programmhandlings überlagern.
Die Essenz der Aufgabe liegt nicht im Unterschied der Volumina der durch die beiden Rotationen erzeugten Körper, sondern vielmehr im Erkennen der strukturell komplett verschiedenen Körperstrukturen.