

Übung zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" (MAT.107)

Blatt 2

Abgabefrist: —

Hinweise: Das Ankreuzsystem ist für diese Woche ausnahmsweise ausgesetzt. Das Blatt fließt also nicht in die Wertung ein, das Thema ist aber relevant für die Übungstests. In den Übungsgruppen können Sie die Lösungen auf freiwilliger Basis präsentieren.

Aufgabe 5 Ein Graph $G = (V, E)$ heisst k -regulär für eine natürliche Zahl k wenn jeder Knoten in G Grad k hat.

- a) Geben Sie für jedes $k \in \mathbb{N}$ einen k -regulären Graphen an.
- b) Zeichnen Sie einen 3-regulären Graphen mit 10 Knoten.
- c) Geben Sie alle 3-regulären Graphen mit 11 Knoten an.

Aufgabe 6 Wie in der Vorlesung definiert ist Q_d der d -dimensional Hyperwürfel.

- a) Wie viele Knoten und Kanten hat Q_d ?
- b) Finden Sie einen induzierten Teilgraphen in Q_4 , der nach Umbenennung der Knoten Q_3 entspricht. Wie viele solche Teilgraphen können Sie finden?

Aufgabe 7 In der Vorlesung wurde ein Graph $G = (V, E)$ als *zusammenhängend* definiert, wenn es für alle $u, v \in V$ einen *Weg* von u nach v gibt. Wir definieren nun einen Graphen als *pfadzusammenhängend*, wenn es für alle $u, v \in V$ einen *Pfad* von u nach v gibt.

Zeigen Sie: Ein Graph ist zusammenhängend genau dann, wenn er pfadzusammenhängend ist.

(Hinweis: Eine Äquivalenz der Form "A gilt genau dann, wenn B gilt" mit zwei Aussagen A, B kann man in zwei Schritten beweisen: Man zeigt erst, dass aus Aussage A Aussage B folgt. Dann zeigt man, dass aus Aussage B Aussage A folgt.)

Aufgabe 8 Beweisen Sie: In jedem Graph $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 2$ gibt es Knoten u, v mit $u \neq v$ und $\deg(u) = \deg(v)$.