Svenja Hüning, Michael Kerber, Hannah Schreiber **WS 2016/2017**

Übung zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" (MAT.107)

Blatt 3 Abgabefrist: 25.10.2016, **8:00 Uhr**

Hinweise: Geben Sie im Online-Ankreuzsystem an, welche Aufgaben Sie an der Tafel präsentieren können. Wenn Sie ausgewählt werden, haben Sie ca. 10 Minuten Zeit für die Präsentation (inklusive Nachfragen).

Aufgabe 9 Beweisen Sie: Ein Baum mit mindestens 2 Knoten besitzt (mindestens) zwei Blätter. Geben Sie einen Baum mit n Knoten an (mit n beliebig), der genau zwei Blätter hat.

Aufgabe 10 Betrachten Sie die folgenden drei Eigenschaften für einen Graphen $G = (V, E)$:

(i) G ist zusammenhängend.

(ii) G ist kreisfrei.

(iii) $|E| = |V| - 1$

Nach Definition ist G ein Baum genau dann, wenn er (i) und (ii) erfüllt. Satz 3.5 aus der Vorlesung zeigt also, dass aus (i) und (ii) schon (iii) folgt.

a) Zeigen Sie *ohne* Zuhilfenahme von Satz 3.9 ("Jeder zshg. Graph besitzt einen Spannbaum"), dass aus (i) und (iii) schon (ii) folgt. Das ist Lemma 3.8 aus der Vorlesung.

b) Zeigen Sie, dass aus (ii) und (iii) schon (i) folgt.

Aufgabe 11 Sei $T = (V, E)$ ein Baum mit $|V| \geq 3$ und $\deg(v) \neq 2$ für jeden Knoten $v \in V$. Beweisen Sie: Es gibt einen Knoten v, der adjazent zu (mindestens) zwei Blättern ist.

Aufgabe 12 Zeigen Sie, dass kein Graph existiert, der genau 2 markierte Spannbäume besitzt. Zeigen Sie umgekehrt, dass es für jedes $n \in \mathbb{N}_0 \setminus \{2\}$ einen Graphen mit genau n markierten Spannbäumen gibt.