Svenja Hüning, Michael Kerber, Hannah Schreiber **WS 2016/2017**

Übung zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" (MAT.107)

Blatt 11 Abgabefrist: 24.01.2017, **8:00 Uhr**

Hinweise: Geben Sie im Online-Ankreuzsystem an, welche Aufgaben Sie an der Tafel präsentieren können. Wenn Sie ausgewählt werden, haben Sie ca. 10 Minuten Zeit für die Präsentation (inklusive Nachfragen).

Aufgabe 41 Beweisen Sie:

$$\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$$

Aufgabe 42 Beschreiben Sie ein Verfahren ähnlich zum Pascal'schen Dreieck, um die Anzahl der k-Partitionen einer n-elementigen Menge für gegebene $n \geq k$ zu bestimmen. Berechnen Sie damit $\left\{ \begin{matrix} 6 \\ 3 \end{matrix} \right\}$. Tun Sie das gleiche für $\left[\begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right]$ und bestimmen Sie $\left[\begin{matrix} 6 \\ 3 \end{matrix} \right]$.

Aufgabe 43 Für ein festes $n \in \mathbb{N}$ bezeichne id die Permutation mit $\mathrm{id}(i) = i$ für alle $i \in [n]$. Für eine Permutation σ definieren wir die *Ordnung* von σ als das kleinste $k \geq 1$, so dass $\sigma^{(k)} = \mathrm{id}$.
Beweisen Sie, dass die Ordnung für jede Permutation existiert. Finden Sie für $n = 10$ eine Permutation mit größtmöglicher Ordnung.

Aufgabe 44 Das folgende Bild zeigt den Sitzplan eines Hörsaals, in dem eine Prüfung stattfinden soll. Dabei gelten die folgenden Regeln: Wenn ein Sitzplatz besetzt ist, sollen die beiden benachbarten Plätze in der Reihe frei bleiben. Ferner soll mindestens eine Reihe Abstand zwischen zwei besetzten Plätzen in verschiedenen Reihen gelassen werden (also wenn z.B. ein Platz in Reihe 2 belegt ist, sollen Reihen 1 und 3 frei bleiben). Die Anzahl der Teilnehmer ist nicht bekannt. Wie viele Möglichkeiten der Belegung gibt es?