

**Übung zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" (MAT.107)**

Blatt 12

Abgabefrist: 31.01.2017, 8:00 Uhr

**Hinweise:** Geben Sie im Online-Ankreuzsystem an, welche Aufgaben Sie an der Tafel präsentieren können. Wenn Sie ausgewählt werden, haben Sie ca. 10 Minuten Zeit für die Präsentation (inklusive Nachfragen).

**Aufgabe 45** Wie viele (un)geordnete  $k$ -Zahlpartitionen von  $n$  gibt es, wenn Sie 0 in der Partition zulassen?

**Aufgabe 46**  $n$  Bälle sollen auf  $m$  Urnen verteilt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn

- Die Bälle und die Urnen unterscheidbar sind?
- Die Bälle unterscheidbar sind, die Urnen aber nicht unterscheidbar sind?
- Die Bälle nicht unterscheidbar sind, aber die Urnen unterscheidbar sind?
- Die Bälle und die Urnen nicht unterscheidbar sind?

Wie viele Möglichkeiten gibt es fuer (a)-(d) unter der Bedingung, dass in jeder Urne mindestens ein Ball enthalten sein muss?

**Aufgabe 47** Sei  $F_n$  die Anzahl der fixpunktfreien Permutationen von  $[n]$ .

- Zeigen Sie durch ein kombinatorisches Argument, dass  $F_n = (n - 1)(F_{n-1} + F_{n-2})$ .
- Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass

$$F_n = n! \sum_{r=0}^n \frac{(-1)^r}{r!}.$$

**Aufgabe 48** Ein Magier führt den folgenden Kartentrick vor: Aus einem 52er Deck (<https://de.wikipedia.org/wiki/Spielkarte#/media/File:Piatnikcards.jpg>) wird ein Zuschauer gebeten, 5 Karten auszuwählen. Er gibt diese Karten dem Assistenten des Magiers. Dieser legt in einer von ihm gewählten Reihenfolge die 5 Karten auf den Tisch – die ersten 4 Karten offen, die Letzte verdeckt. Der Magier kann dann die verdeckte Karte benennen. Wir zeigen nun, dass dies keine Magie, sondern Kombinatorik ist.

- a) Überlegen Sie sich, wie der Assistent bereits mit der ersten offenen Karte dem Magier die Farbe (Kreuz, Pik, Herz, Karo) mitteilen kann (Hinweis: Schubfachprinzip).
- b) Verfeinern Sie das Argument aus (a) und zeigen Sie, wie der Assistent durch die erste offene Karte bereits die Anzahl der Möglichkeiten für die verdeckte Karte auf 6 reduzieren kann.
- c) Beschreiben Sie eine Strategie, wie der Assistent durch die zweite, dritte und vierte Karte die verdeckte Karte kodieren kann.