

Kurven und Animationen mit GAM

Lineare Funktion:

KURVE blau

DEF(t,k*t+d,0,0,3,40)

(x-Koordinate,y-Koordinate, z, Startwert, Endwert, Segmentzahl="Glattheit"

Strecke als lineare Funktion

STRECKE hellrot

DEF(0,d,0,1,d,0)

STRECKE hellrot

DEF(1,d+k,0,1,d,0)

x-Komponente des Stützdreiecks

y-Komponente des Stützdreiecks



Um die im „normalen“ Mathematikunterricht übliche Orientierung des xy-Koordinatensystems im Grundriss zu erhalten, müssen alle Objekte um die z-Achse um 90° verdreht werden. Vorsicht: Das CAD-Programm arbeitet mit einem Weltkoordinatensystem. Daher sind die dann angezeigten Koordinatenachsen nicht mit den originalen und in den weiterführenden Konstruktionen verwendeten identisch.

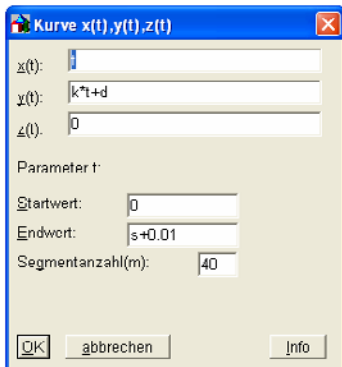
Soll nun diese „Kurve“ Bahn eines Objektes sein, muss zur Gestaltung einer dementsprechenden Animation ein Laufparameter gewählt werden.

s=0..1,0.1 Startwert = 0, Endwert = 1, Schrittweite 0.1

Die Animation lässt sich mittels einer Verschiebung mit den Komponenten:

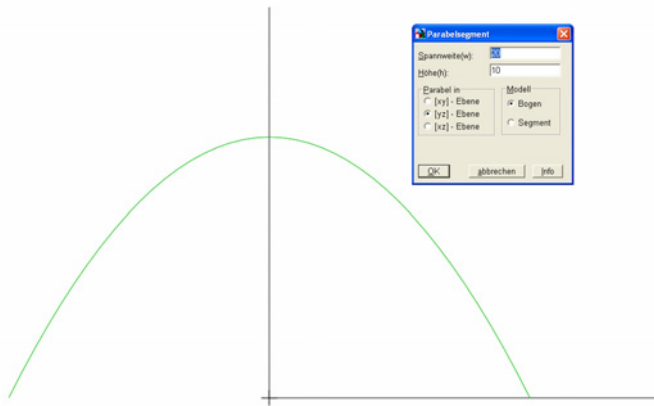
x = s laufender Parameter
y = k*s + d lineare Bewegung
z = 0

erzeugen.



Soll auch die „Bahn“ des bewegten Objektes mitgezeichnet werden, muss der Endwert in der Kurve variabel festgelegt werden. Zur Vermeidung von etwaige Fehlermeldungen, die sich auf widersprüchliche Momente gründen, müssen leichte Korrekturen angebracht werden. Da zum Beispiel keine Kurve gezeichnet werden kann, in der Start- und Endwert identisch sind, wird zum Animationsparameter ein kleiner nicht beobachtbarer Fehler (zB: 0.01) dazugezählt.

Parabel:



Die einfachste Möglichkeit mit GAM eine Parabel zu konstruieren erfolgt mittels des Menüpunktes

2D-Objekte
Parabel (Parabelsegment)

durch Eingabe der Weite und Höhe.

Die Position der Kurve ist immer in Hauptlage und müsste sodann dementsprechend verschoben und beschnitten werden.

Unsere Intentionen zielen hingegen auf die parametrische Konstruktion von Kurven.

Zur *Programmierung* einer Flugparabel wählen wir als Basisvariablen die maximale Flughöhe h und die Flugweite w .

$$f=10$$

$$h=5$$

Aus diesen Werten ermitteln wir die Koeffizienten der Parabel $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$$a = -4 \cdot h / (f \cdot f)$$

$$b = 4 \cdot h / f$$

$$c = 0$$

Zur Konstruktion der Kurve, die wir in der $[yz]$ -Ebene positionieren wollen, sind

$$x = 0$$

$$y = t$$

$$z = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$$

immer t !!
Parabelgleichung

Startwert = 0
Endwert = f

einzugeben.

Nun startet die Kurve im Koordinatenursprung ($c = 0$) und endet im Punkt $(0, f, 0)$.

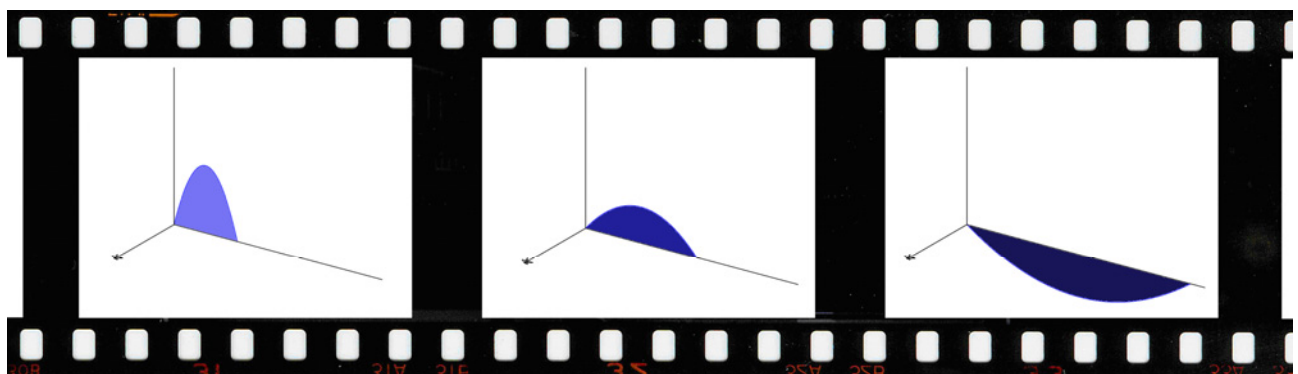
Möchte man verschiedene Parabeln mit wechselnden Weiten (f) und Höhen (h) animiert gestalten, kann folgende Vorgangsweise gewählt werden:

$$s = 0..1, 0.05$$

$$f = 1 + 13 \cdot s$$

$$h = 5 - 8 \cdot s$$

Animationsvariable [mit diesem Intervall ist jede Animation möglich]
die Weite läuft von 1 bis 14
die Höhe von +5 bis -3



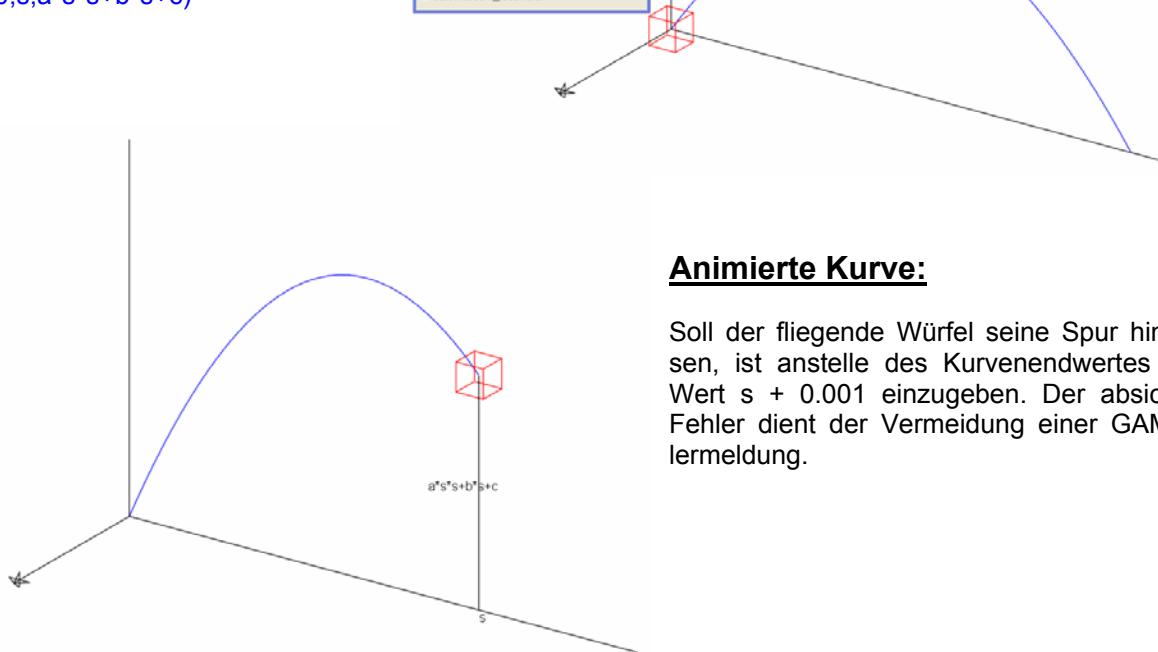
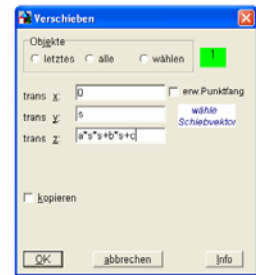
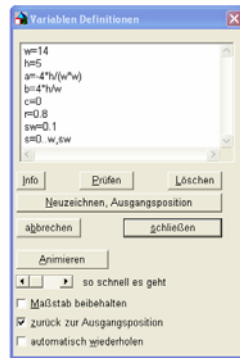
Parabelwurf:

Um einen Würfel (Würfel spezial, Seitenlänge r) entlang der Parabel „fliegen“ zu lassen, definieren wir zunächst einen Parameter s (= virtuelle Energie, treibende mathematische Kraft) im Intervall $[0, f]$ und wählen die *Verschiebung*

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= s \\ z &= a*s*s + b*s + c \end{aligned}$$

Protokolleditor:

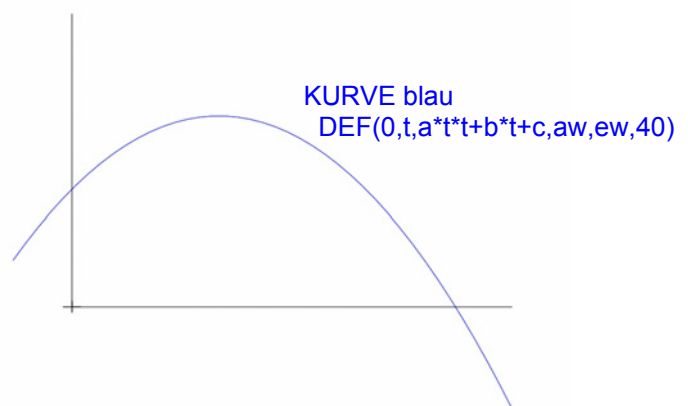
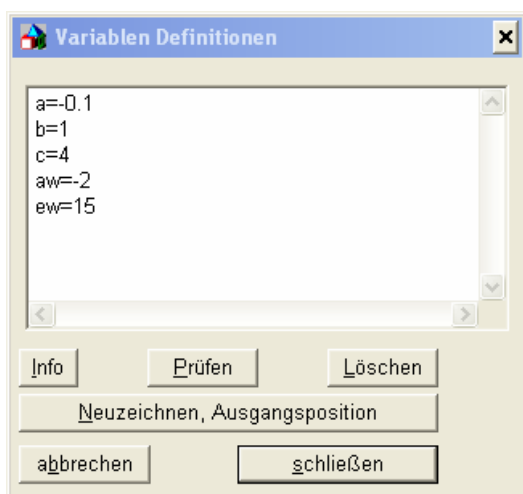
KURVE hellblau
 DEF(0,t,a*t*t+b*t+c,0,f,40)
 W hellrot
 S(r,r,r)
 T(0,s,a*s*s+b*s+c)



Animierte Kurve:

Soll der fliegende Würfel seine Spur hinterlassen, ist anstelle des Kurvenendwertes w der Wert $s + 0.001$ einzugeben. Der absichtliche Fehler dient der Vermeidung einer GAM Fehlermeldung.

Durch Wahl der Koeffizienten a , b , c wählen wir nun einen anderen Zugang zur Kurve

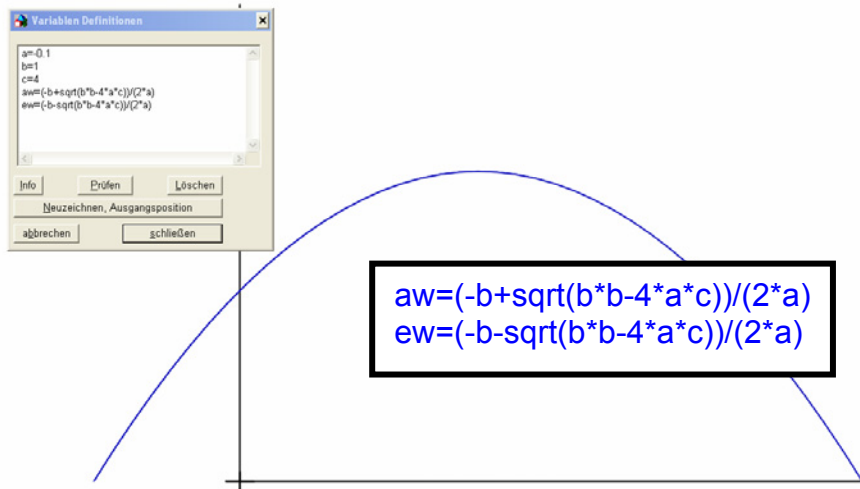


Zum Beispiel kann folgende Wertewahl getroffen und die Kurve wie oben konstruiert werden.

a=-0.1
 b=1
 c=4
 aw=-2
 ew=15

Startwert
 Endwert

Die Kurvengestalt kann aufgrund der Wahl der Werte recht unglücklich ausfallen. Um Überraschungen zu vermeiden, wählen wir als Anfangs- bzw. Endwert die jeweiligen Nullstellen, die mittels der Lösungsformel für quadratische Gleichungen ermittelt und im Variablenfenster eingegeben werden können.



Beachte dabei die Klammern, sämtliche Multiplikationszeichen und die Eingabe der Wurzel mittels sqrt.

Unmittelbar ist das Ergebnis sichtbar.

Konstruktion der Tangente

$l=5$
 $s=aw..ew,0.4$
 $fu=a*s*s+b*s+c$
 $abl fu=2*a*s+b$
 $wi=atn(abl fu)$

Länge der Tangente
 Animationsparameter im Intervall [aw,ew]
 Funktionswert
 Ableitung = Steigung der Tangente
 Neigungswinkel der Tangente = Arcustangens der Steigung

1. Konstruktion der Tangente als Strecke P1(0,-l/2,0), P2(0,l/2,0)
2. Drehung um die x-Achse um den Winkel wi
3. Verschiebung um x=0, y=s und z=fu

STRECKE hellrot
 DEF(0,-l/2,0,0,l/2,0)
 D(wi,0,0)
 T(0,s,fu)

Während der Animation läuft nun die Tangente an der Kurve entlang.

„Spielen“ mit den verwendeten Variablen a, b und c muss weitere funktionierende Lösungen ergeben.

Beachte, dass bei dementsprechender Wahl dieser Koeffizienten keine Nullstellen vorhanden sind und es daher unweigerlich zu einer Fehlermeldung wegen der nicht (reell) existierenden Werte aw und ew kommen muss.

