

Parametrisches Konstruieren - Drehflächen - Glockenkurve

Die „Zwiebelgestalt“ der Kirchtürme wird mittels Drehflächen modelliert.

Meridian:

Wir benutzen die e-Funktion zur Beschreibung der Meridiankurve.

$$f(x) = y = a \cdot e^{b \cdot x^2} + c \quad (\text{Gauß'sche Glockenkurve})$$

Die Werte a, b, c sollen variabel bleiben.

Um die bekannte Glockenform zu erhalten, muss b negativ gewählt werden. Spielerische „Drehen“ an den Variablen ermöglicht die Erstellung der gewünschten Kontur.

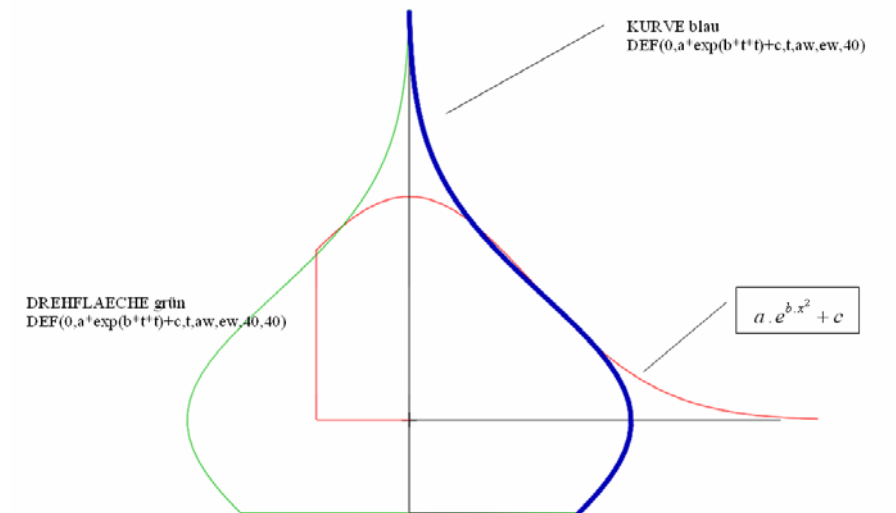
aw = Anfangs(Start)wert

ew = Endwert

Um als Meridian einer Drehfläche Verwendung finden zu können, muss die Kurve in der [yz]-Ebene liegen.

Wir verwenden z als Laufparameter t.

Dann ergibt sich für die Eingabe der Kurve:



Um auch die Drehfläche „flexibel“ = variabel zu konstruieren, kann die Meridiankurve parametrisch eingegeben werden.

Variablendefinition:

a=1.2

Koeffizienten der Gauß'schen Glockenkurve

b=-1.1

c=0

aw=-0.5

Anfangswert

ew=2.2

Endwert

Protokolleditor:

KURVE hellrot

Gauß'sche Glockenkurve (in der bekannten Form)

DEF(0,t,a*exp(b*t*t)+c,aw,ew,40)

KURVE blau

Meridian

DEF(0,a*exp(b*t*t)+c,t,aw,ew,40)

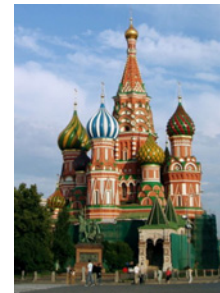
T(0,-(a*exp(b*ew*ew)+c),0)

Spitze auf der z-Achse: Verschiebung um -f(ex)

DREHFLAECHE grün

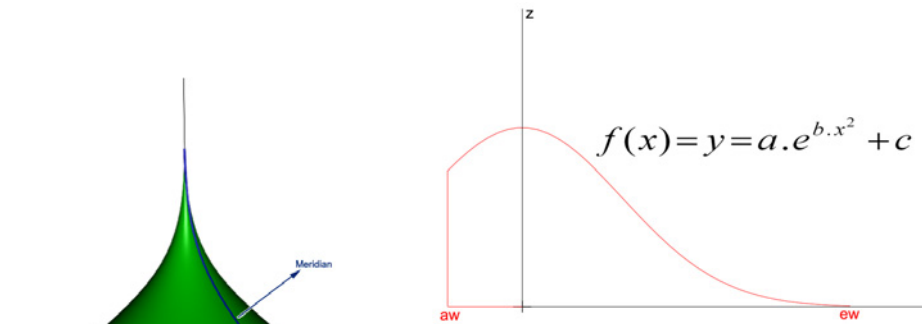
DEF(0,a*exp(b*t*t)+c-(a*exp(b*ew*ew)+c),t,aw,ew,40,40)

Verschiebung an die z-Achse in der Parameterdarstellung „eingebaut“

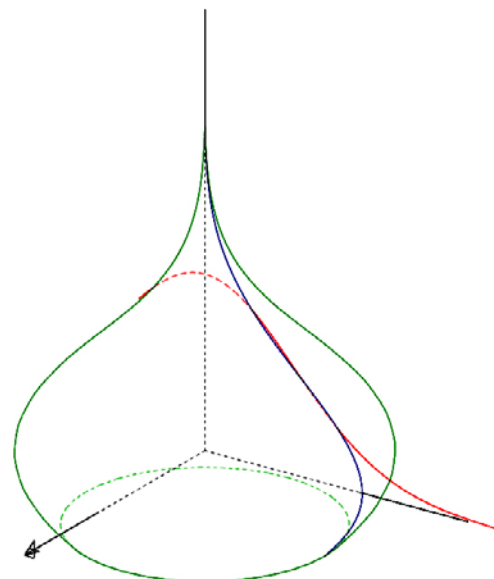


Basiluskathedrale – Kreml
1561
Zar Iwan der Schreckliche





KURVE hellrot
 DEF(0,t,a*exp(b*t*t)+c,aw,ew,40)

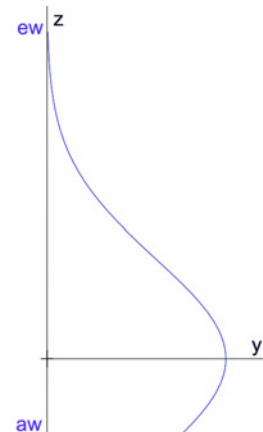
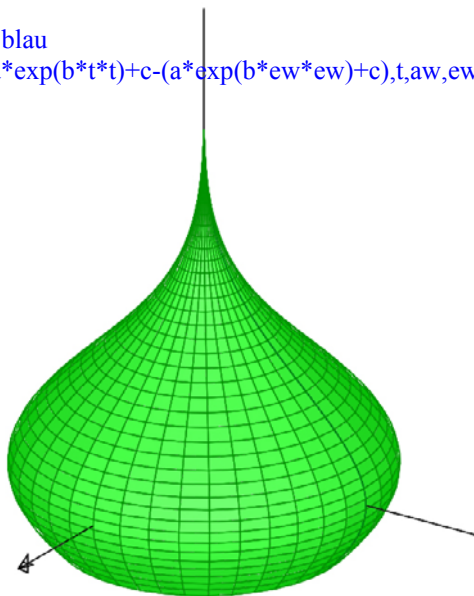


GAM generiert Drehkörper nur rund um die z-Achse. Als Meridian kann daher nur eine in der [yz]-Ebene liegende Kurve Verwendung finde.
 Wir transformieren unsere Gauß'sche Glockenkurve in die richtige Position durch folgende Eingabe: $x = 0$, $y = e^{b \cdot t^2} + c$, $z = t$

Der „Laufparameter“ t ist die Höhe z . Die „Breite“ der Kuppel wird durch den Funktionswert y an der jeweiligen Stelle t festgelegt.

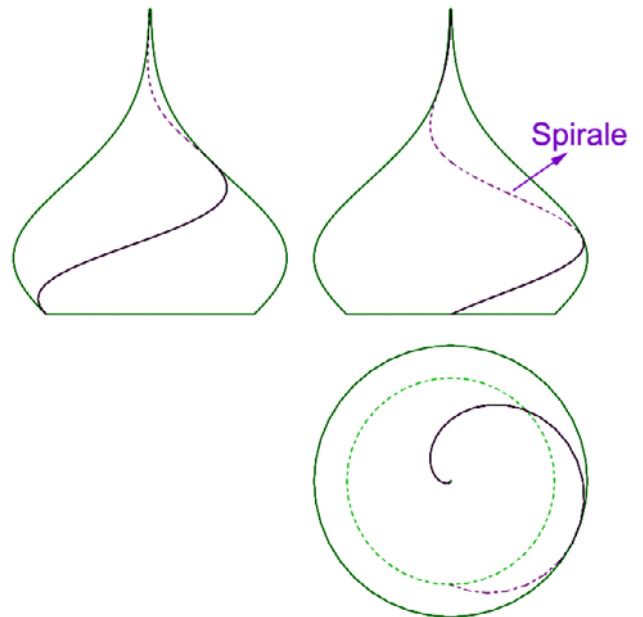
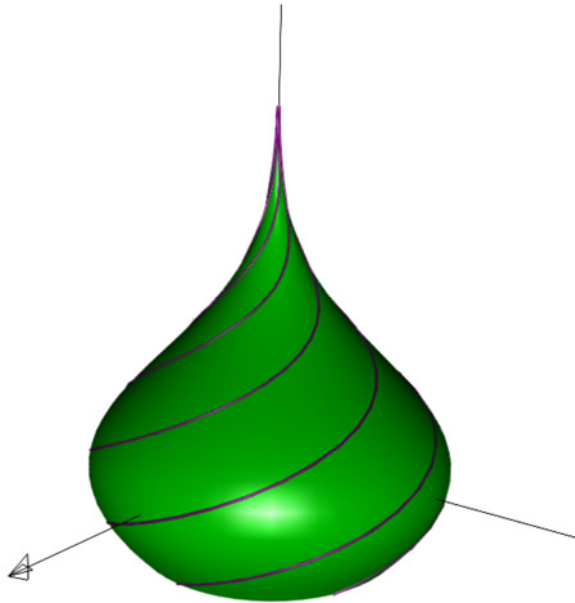
Um die Spitze ($z = t = ew$) auf der z -Achse zu positionieren, muss die Funktion um den Funktionswert an der Stelle $t = ew$ nach links verschoben werden.

KURVE blau
 DEF(0,a*exp(b*t*t)+c-(a*exp(b*ew*ew)+c),t,aw,ew,40)



Der Meridian der Drehfläche wird wie die obige Kurve eingegeben:

Spirallinien auf der Fläche



Spiralkurve im Protokolleditor:

KURVE violett

DEF((a*exp(b*t*t)+c)*cos((t-aw)/(ew-aw)*360),(a*exp(b*t*t)+c)*sin((t-aw)/(ew-aw)*360),t,aw,ew,40)

Parameterdarstellung:

$$x = (a \cdot e^{b \cdot t^2} + c) \cdot \cos\left(\left(\frac{t-aw}{ew-aw}\right) \cdot 360\right), \quad y = (a \cdot e^{b \cdot t^2} + c) \cdot \sin\left(\left(\frac{t-aw}{ew-aw}\right) \cdot 360\right), \quad z = t$$

Der Laufparameter $z = t$ beginnt beim Anfangswert aw und endet beim Endwert ew .

Mit wachsendem z müssen x und y sich mit der Gauß'schen Funktion um die z -Achse drehen.

$\left(\frac{t-aw}{ew-aw}\right)$ skaliert das Intervall $[aw, ew]$ auf $[0, 1]$.

$$a = \left(\frac{t-aw}{ew-aw}\right) \cdot 360 \quad \text{Winkel in } [0^\circ, 360^\circ]$$

$$r = (a \cdot e^{b \cdot t^2} + c) \quad \text{Radius}$$

$$x = r \cdot \cos(a)$$

$$y = r \cdot \sin(a)$$

